Ce document a pour but de présenter un calcul d'incertitudes sur la manipulation « Comparaison de deux bouilloires ». Nous avons retenu la méthode Monte-Carlo, qui est une méthode qui pourra être mise en œuvre par les lycéens qui choisissent la spécialité physique chimie au cycle terminal. Cette méthode nécessite de mettre en œuvre quelques lignes de programmation en langage « Python ». **Ces lignes sont prélevées des documents du GRIESP :**
https://eduscol.education.fr/cid129214/recherche-et-innovation-en-physique-chimie.html
Elles s'inspirent en particulier de la recherche du titre en hydroxyde de sodium d'un déboucheur de canalisation ménager, de type Destop©. Elles sont ensuite adaptées à la situation étudiée, qui est la détermination de la puissance de chacune de deux bouilloires.
En effet, la méthode de Monte-Carlo permet d'obtenir un panel de valeur calculées des puissances P des bouilloires sans avoir besoin d'utiliser des formules de composition d'incertitudes ni de multiplier le nombre de mesures. Nous allons considérer les deux grandeurs suivantes :

- d'une part l'énergie mesurée par le compteur, désigné par En ;
- d'autre part la durée de fonctionnement de la bouilloire mesurée par le chronomètre, notée deltat.

La mesure de ce jeu de couples de données (En, deltat) nous permet d'accéder à la valeur de la puissance de la bouilloire utilisée. Ensuite, la méthode de Monte Carlo permet d'accéder à l'incertitude liée à la puissance à partir de la connaissance des incertitudes attachées à une mesure de l'énergie et à une mesure de la durée nécessaire à faire bouillir un litre d'eau. Cette méthode génère aléatoirement une valeur pour l'énergie (en cohérence avec l'incertitude associée) et pour la durée (elle aussi, aléatoirement en utilisant l'incertitude associée) : une valeur de la puissance est alors obtenue. Ce processus est répété un très grand nombre de fois (dans l'exemple, cette itération est répétée 100 000 fois conduisant alors à 100 000 valeurs de la puissance). Le programme calcule ensuite la moyenne de ces valeurs et l'écart-type u(P) associé. Enfin, on estime avoir un ordre de grandeur raisonnable de l'incertitude en assimilant la valeur de cet écart type et la valeur de l'incertitude attachée à la puissance P.

RAPPEL DU PROTOCOLE RETENU

On verse 1,0 L d'eau du robinet dans chacune des bouilloires, la première commercialisée sous la marque MEZIERES et la deuxième sous la dénomination PROLINE. Deux séries de mesures sont alors réalisées, chacune impliquant une bouilloire.

PREMIÈRE ET DEUXIÈME SÉRIES DE MESURES DE L'ÉNERGIE

Les mesures d'énergie consommée réalisée par un compteur 1000BASIC de chez VOLTCRAFT, qui est un compteur que le constructeur décrit dans une notice :

Accuracy class (classe de précision) +/- (3% + 2W).

Pour chacune des deux bouilloires, il mesure à chaque fois une énergie de valeur égale à 0,10 kWh soit une valeur de 100 Wh

- Soit : 0,03 x 100 = 3 Wh pour les +/- 3%
- Comment interpréter le « + 2W » qui suis ? Nous avons décidé – en l'absence de plus d'information – de considérer que cette valeur est une incertitude minimale quelle que soit la puissance de la bouilloire.
- On arrive alors à u(En) = 3 + 2 = 5 Wh pour une estimation raisonnable de l'incertitude sur l'énergie mesurée

PREMIÈRE ET DEUXIÈME SÉRIES DE MESURES DE LA DURÉE

Les mesures de temps sont réalisées avec un chronomètre CATGA. Nous pouvons faire l'hypothèse raisonnable que l'incertitude est due essentiellement au manipulateur qui doit percevoir la bouilloire s'est éteinte puis arrêter le chronomètre. Nous estimons donc la valeur de u(deltat) à 1 s.
Les vidéos donnent les valeurs de delta1 = 520 s pour la bouilloire MÉZIÈRES pour u(deltat1) = 1 s et deltat2 = 223 s pour la bouilloire PROLINE pour un u(delta2) = 1 s également.

Donc pour la bouilloire MÉZIÈRES, nous avons En = 100 Wh et u(En) = 5 Wh pour la mesure de l'énergie et deltat1 = 520 s et u(deltat1) = 1 s pour la mesure de la durée. La relation suivante va nous permettre d'obtenir des valeurs pour les puissances des bouilloires :

$$P = \frac{\mathrm{Enx3600}}{\mathrm{deltat}}$$

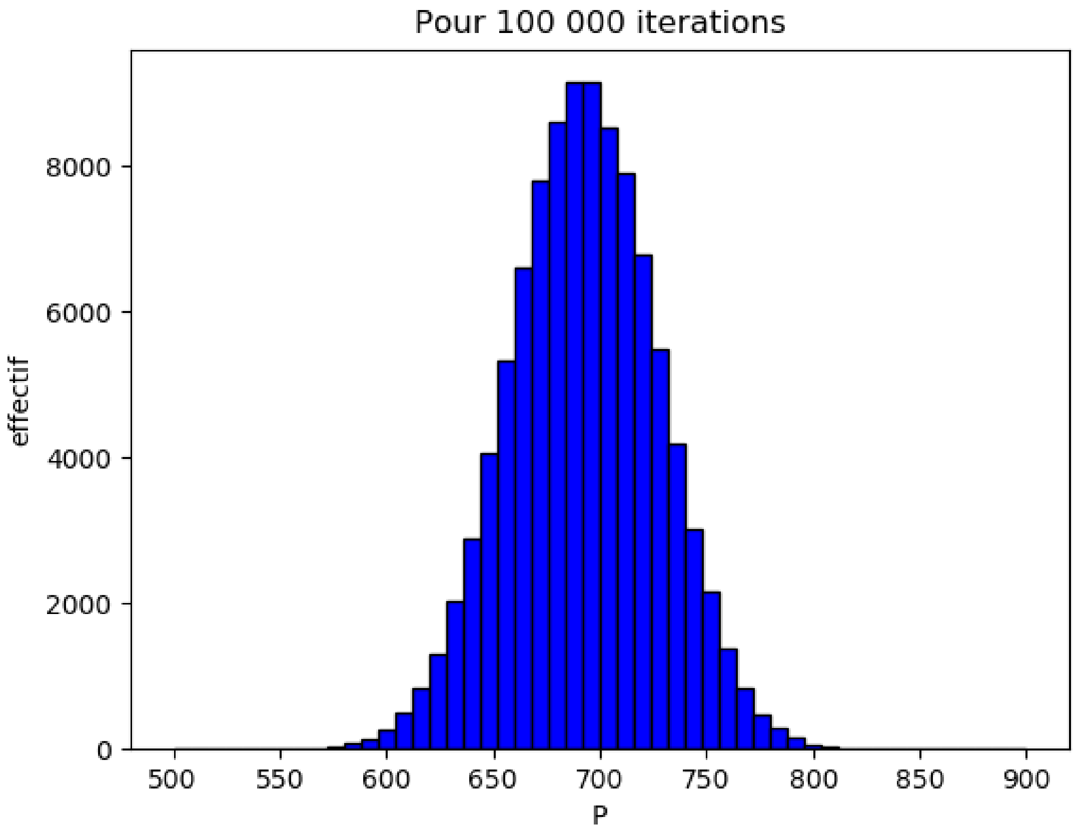
PROGRAMME 1 POUR LA BOUILLOIRE MÉZIÈRES

```
--------------------------------------------------------------------------------------------------------
import numpy as np
from matplotlib import pyplot
#########################################################################
#Renvoie une valeur aléatoire de la variable L[0] d'incertitude-type L[1]
def Alea(L) :
    tirage=np.random.normal()   #Tirage entre -infini et +infini (loi normale)
    return L[0]+L[1]*tirage
#########################################################################

#########################################################################
#Entrées
En=[100,5]
deltat=[520,1]
#########################################################################

#########################################################################
#Méthode de Monte Carlo pour déterminer la puissance P de la bouilloire
LP=[]
Iteration=100000

for j in range(Iteration) :
    AleaP=3600*Alea(En)/Alea(deltat)
    LP.append(AleaP)

MoyP=sum(LP)/Iteration
uP=(1/(Iteration-1)*sum((np.array(LP)-MoyP)**2.))**0.5

print('P :', MoyP,'P')
print('u(P) :', uP,'P')
pyplot.hist(LP, range = (500,900), bins = 50, color = 'blue' ,
edgecolor = 'black')
pyplot.xlabel('P')
pyplot.ylabel('effectif')
```

```
pyplot.title('Pour 100 000 iterations')
pyplot.show()
######################################################################
```

100 000 itérations donnent les valeurs de moyenne de P, son incertitude associée u(P) ainsi que l'histogramme, le tout étant présenté ci-dessous.

P : 692.3913569818616 P
u(P) : 34.590283329456426 P



Avec un nombre raisonnable de chiffres significatifs, la méthode de Monté Carlos propose donc une valeur de P = 692 W avec u(P) = 35 W pour la bouilloire MÉZIÈRES.
Or le constructeur annonce une valeur de 800 W. L'écart entre cette valeur et la valeur la plus probable de la mesure est donc de 800 - 692 = 108 W. Cet écart de 108 W est supérieur à deux fois la valeur de u(P) qui vaut 35 x 2 = 70 W. On peut donc annoncer qu'il n'y a pas un accord raisonnable entre la valeur annoncée et la valeur mesurée, sauf si nous décidons que le critère est de trois fois la valeur de u(P) qui vaut 35 x 3 = 105 W ≈108 W.

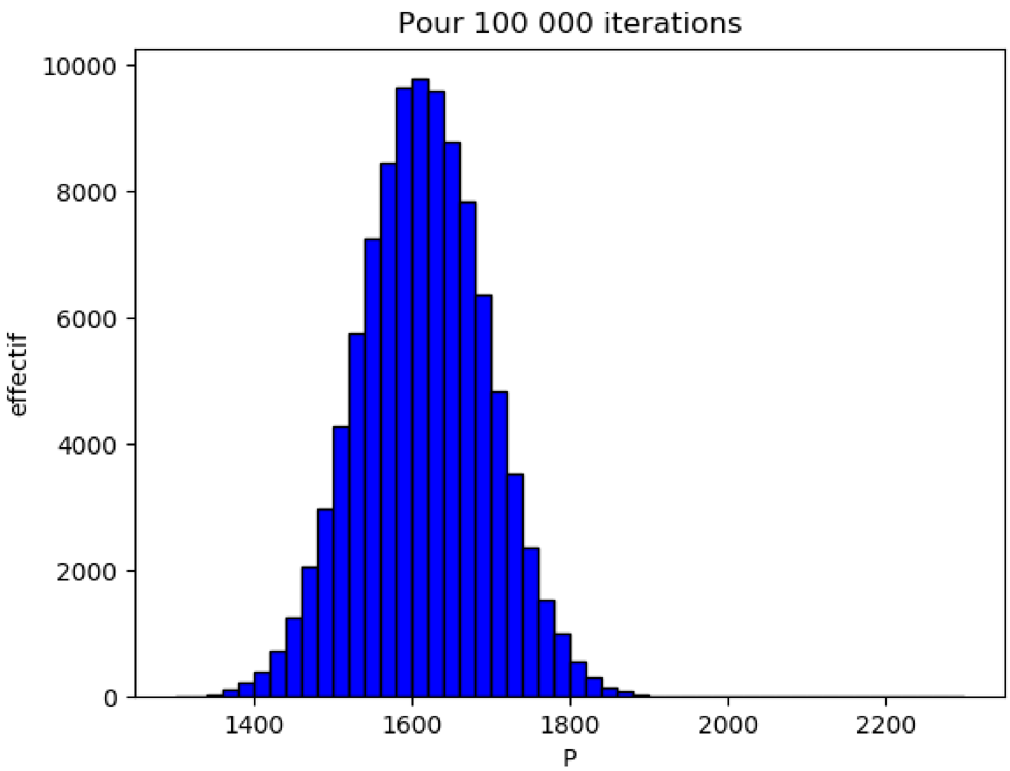
Maintenant, recommençons pour la bouilloire PROLINE, nous avons En = 100 Wh et u(En) = 5 Wh pour la mesure de l'énergie et deltat1 = 223 s et u(deltat1) = 1 s pour la durée.

PROGRAMME 2 POUR LA BOUILLOIRE PROLINE

```
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------
import numpy as np
from matplotlib import pyplot
#########################################################################
#Renvoie une valeur aléatoire de la variable L[0] d'incertitude-type L[1]
def Alea(L) :
    tirage=np.random.normal()   #Tirage entre -infini et +infini (loi normale)
    return L[0]+L[1]*tirage
#########################################################################


#########################################################################
#Entrées
En=[100,5]
deltat=[223,1]
#########################################################################

#########################################################################
#Méthode de Monte Carlo pour déterminer la puissance P de la bouilloire
LP=[]
Iteration=100000

for j in range(Iteration) :
    AleaP=3600*Alea(En)/Alea(deltat)
    LP.append(AleaP)

MoyP=sum(LP)/Iteration
uP=(1/(Iteration-1)*sum((np.array(LP)-MoyP)**2.))**0.5

print('P :', MoyP,'P')
print('u(P) :', uP,'P')
pyplot.hist(LP, range = (1300,2300), bins = 50, color = 'blue' ,
edgecolor = 'black')
pyplot.xlabel('P')
pyplot.ylabel('effectif')
pyplot.title('Pour 100 000 iterations')
pyplot.show()
#########################################################################
```

100 000 itérations donnent les valeurs de moyenne de P (valeur la plus probable), son incertitude u(P) associée ainsi que l'histogramme, le tout étant présenté ci-dessous.

P : 1614.2999223708582 P
u(P) : 80.93488595770307 P



Avec un nombre de chiffres significatifs raisonnable, nous pouvons estimer une valeur de la puissance comme proche de de la valeur P = 1614 W avec une incertitude de valeur u(P) = 81 W.
Or le constructeur annonce une valeur minimale de 1850 W pour la bouilloire PROPLINE. L'écart entre cette valeur et la valeur la plus probable de la mesure est donc de 1850 - 1614 = 236 W. Cet écart est supérieur à deux fois la valeur de u(P) qui vaut 81 x 2 = 162 W. Donc, on peut annoncer qu'il n'y a pas accord entre les deux valeurs, et cette conclusion rejoint la conclusion émise pour la première bouilloire. Par contre, si nous décidons que le critère est de trois fois la valeur de u(P) qui vaut dans ce cas 81 x 3 = 243 W > 236 W, nous pouvons déclarer qu'il a accord.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Si on peut mettre en doute les valeurs annoncées ou la méthode mise en place pour évaluer ces valeurs, rien ne nous permet de trancher. En effet, avant de pouvoir conclure sur une comparaison avec ce qui est annoncé par le fournisseur, il faut critiquer, questionner, améliorer le protocole et avoir conscience des hypothèses qui ont été faites : négliger les incertitudes amenées par la mesure du volume de l'eau chauffée, ne pas tenir compte des pertes thermiques au cours du chauffage, etc.

REMARQUE

Le Système international d'unités (SI) préconise l'utilisation des symboles kW h ou kW·h, mais dans la pratique c'est le symbole « kWh » qui est largement utilisé. Cette pratique est adoptée par la norme AFNOR X 02-003 (§ 6.5.1) qui permet « d'accoler les noms ou les symboles d'unités simples lorsqu'aucune confusion ne peut en résulter ». C'est le parti-pris adopté ici.