Equations différentielles sans second membre :

Rappel de maths

$$\frac{d(e^{f(t)})}{dt} = \left[e^{f(t)}\right]' = f'(t) \times e^{f(t)} = \frac{df(t)}{dt} \times e^{f(t)}$$

L'électricité :

Soit l'équation différentielle suivante : $\frac{dU_c(t)}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot U_c(t) = 0$, vérifiez que $U_c(t) = E \cdot e^{-t/RC}$ est solution de cette équation.

Calculons $\frac{dU_c(t)}{dt} = -\frac{1}{RC} E \cdot e^{-t/RC} = -\frac{E \cdot e^{-t/RC}}{RC}$

Remplaçons dans l'équation différentielle : $\frac{dU_c(t)}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot U_c(t) = -\frac{E \cdot e^{-t/RC}}{RC} + \frac{1}{RC} \cdot E \cdot e^{-t/RC} = 0$ **CQFD**

Rappel de maths

$$\frac{d(e^{f(t)})}{dt} = \left[e^{f(t)}\right]' = f'(t) \times e^{f(t)} = \frac{df(t)}{dt} \times e^{f(t)}$$

La radioactivité :

Soit l'équation différentielle suivante : $\frac{dN(t)}{dt} + \lambda \cdot N(t) = 0$, vérifiez que $N(t) = N_0 \times e^{-\lambda \cdot t}$ est solution de cette équation.

Calculons $\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \cdot N_0 \times e^{-\lambda \cdot t}$

Remplaçons dans l'équation différentielle : $\frac{dN(t)}{dt} + \lambda \cdot N(t) = -\lambda \cdot N_0 \times e^{-\lambda \cdot t} + \lambda \cdot N_0 \times e^{-\lambda \cdot t} = 0$ **CQFD**

Rappel de maths

$$\frac{d(e^{f(t)})}{dt} = \left[e^{f(t)}\right]' = f'(t) \times e^{f(t)} = \frac{df(t)}{dt} \times e^{f(t)}$$

La thermodynamique :

Soit l'équation différentielle $2y'(t) - y(t) = 0$, vérifiez que $y(t) = 4 \cdot e^{\frac{1}{2}(t-2)}$ est solution de cette équation.

Calculons $y'(t) = 4 \times \frac{1}{2} \times e^{\frac{1}{2}(t-2)} = 2 \times e^{\frac{1}{2}(t-2)}$

Remplaçons dans l'équation différentielle : $2y'(t) - y(t) = 2 \times 2 \times e^{\frac{1}{2}(t-2)} - 4 \cdot e^{\frac{1}{2}(t-2)} = 0$ **CQFD**

Rappel de maths

$$\frac{d(e^{f(t)})}{dt} = \left[e^{f(t)}\right]' = f'(t)\times e^{f(t)} = \frac{df(t)}{dt}\times e^{f(t)}$$

L'électricité :

Soit l'équation différentielle suivante : $\frac{dq}{dt}+\frac{1}{RC}q = 0$, vérifiez que $q(t) = q_0 \times e^{-t/RC}$ est solution de cette équation.

Avec q_0, R et C constantes

Calculons $\frac{dq}{dt} = -\frac{1}{RC}\cdot q_0 \cdot e^{-t/RC} = -\frac{q_0 \cdot e^{-t/RC}}{RC}$

Remplaçons dans l'équation différentielle : $\frac{dq}{dt}+\frac{1}{RC}\cdot U_c(t) = -\frac{q_0 \cdot e^{-t/RC}}{RC} + \frac{1}{RC}\cdot q_0 \cdot e^{-t/RC} = 0$ **CQFD**

Rappel de maths

$$\frac{d(e^{f(t)})}{dt} = \left[e^{f(t)}\right]' = f'(t)\times e^{f(t)} = \frac{df(t)}{dt}\times e^{f(t)}$$

La cinétique :

Soit l'équation différentielle suivante : $\frac{d[A]_t}{dt} + k[A]_t = 0$, vérifiez que $[A]_t = [A]_0 \times e^{-k\cdot t}$ est solution de cette équation.

Avec $[A_0]$, k constantes

Calculons $\frac{d[A]_t}{dt} = -k \cdot [A]_0 \times e^{-k\cdot t}$

Remplaçons dans l'équation différentielle : $\frac{d[A]_t}{dt} + k[A]_t = -k \cdot [A]_0 \times e^{-k\cdot t} - k \cdot [A]_0 \times e^{-k\cdot t} = 0$ **CQFD**

Equations différentielles avec second membre :

Rappel de maths

$$\frac{d(e^{f(t)})}{dt} = \left[e^{f(t)}\right]' = f'(t) \times e^{f(t)} = \frac{df(t)}{dt} \times e^{f(t)}$$

L'électricité :

Soit l'équation différentielle suivante : $\frac{dU_c(t)}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot U_c(t) = \frac{E}{RC}$, vérifiez que $U_c(t) = E \cdot (1 - e^{-t/RC})$ est solution de cette équation.

Avec E, R et C constantes

Calculons $\frac{dU_c(t)}{dt} = - E \cdot \frac{-1}{RC} \cdot e^{-t/RC} = \frac{E \cdot e^{-t/RC}}{RC}$

Remplaçons dans l'équation différentielle : $\frac{dU_c(t)}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot U_c(t) = \frac{E \cdot e^{-t/RC}}{RC} + \frac{1}{RC} \cdot E \cdot (1 - e^{-t/RC})$

$$= \frac{E \cdot e^{-t/RC}}{RC} + \frac{1}{RC} \cdot E - \frac{E \cdot e^{-t/RC}}{RC}$$

$$= \frac{E}{RC}$$

CQFD

Rappel de maths

$$\frac{d(e^{f(t)})}{dt} = \left[e^{f(t)}\right]' = f'(t) \times e^{f(t)} = \frac{df(t)}{dt} \times e^{f(t)}$$

La thermodynamique :

Soit l'équation différentielle : $\frac{dT}{dt} + \frac{1}{\tau} T = \frac{T_{ext}}{\tau}$, vérifiez que $T(t) = (T_0 - T_{ext}) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + T_{ext}$ est solution de cette équation.

Avec T_0, T_{ext} et τ constantes

Calculons $\frac{dT}{dt} = - \frac{1}{\tau} \cdot (T_0 - T_{ext}) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

Remplaçons dans l'équation différentielle :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{1}{t} T = - \frac{1}{\tau} \cdot (T_0 - T_{ext}) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{1}{\tau} \cdot \left[(T_0 - T_{ext}) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + T_{ext}\right]$$

$$= - \frac{1}{\tau} \cdot (T_0 - T_{ext}) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{1}{\tau} \cdot (T_0 - T_{ext}) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{1}{\tau} T_{ext}$$

$$= \frac{1}{\tau} T_{ext}$$

CQFD