

EXPLOITATION DES DONNÉES ET INCERTITUDES

Jennifer BERTRAND IA IPR SVT
Anne-Laure CAPITAN CMI SVT
Maud CHAREYRON – Erwan BEAUVINEAU IA IPR PC

Visio 15 décembre 2022



ECE 2023

L'ECE une épreuve qui poursuit
son **évolution** avec une
diversification des situations
d'évaluation



Problème scientifique



Elaboration d'une stratégie
en début d'épreuve

Reproductibilité
des résultats



Activité pratique



Construction d'un système
explicatif



Test du système explicatif



Poursuite de la stratégie



Elaboration
d'une stratégie
en fin
d'épreuve



Amélioration du
système
explicatif

Validation ou
invalidation du système
explicatif

Détermination des limites
du
système explicatif

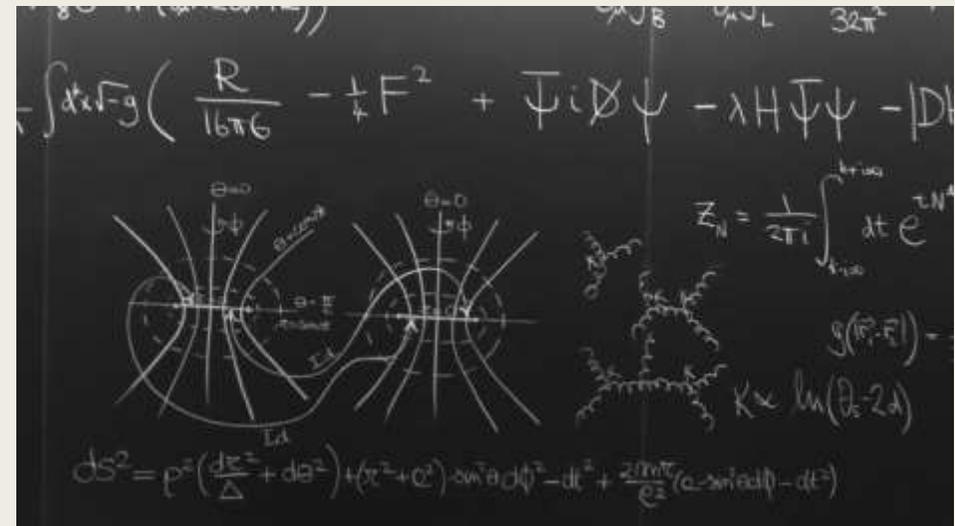
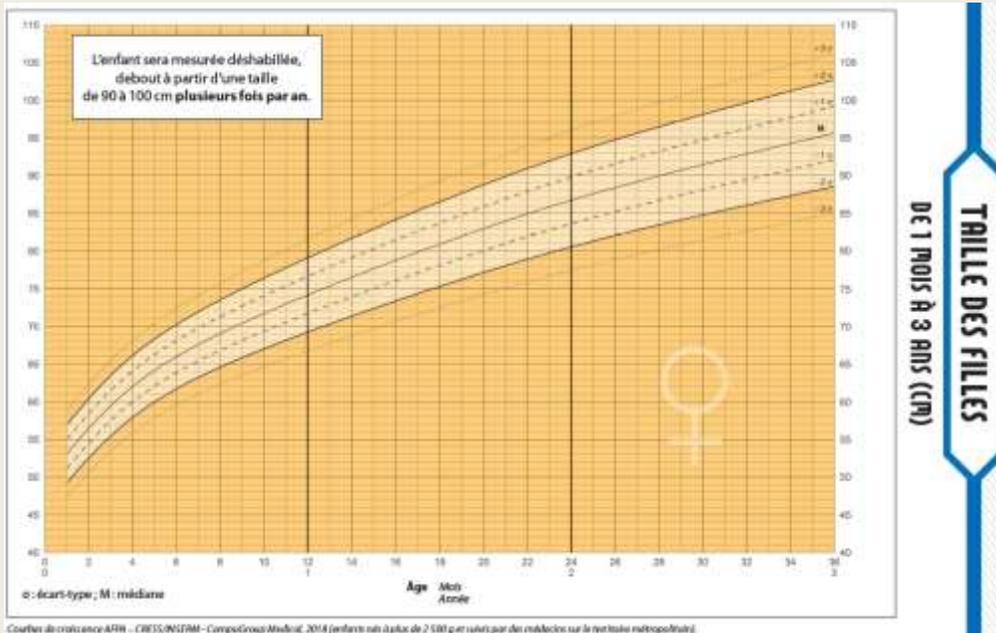
PLAN

- Généralités
- Ce que font les élèves en PC
- Exemples en SVT
- Conclusion

Une introduction à la mesure

Dans les sciences à caractère expérimental la **mesure** fonde nos différents moyens d'appréhender le monde :

- Observations, expériences, protocoles
- Réalisation de mesures, obtention de données
- Traitements, modélisations (interprétations et prévisions)



Qu'est-ce qu'une mesure ?



Le mot "mesure" a, dans la langue française courante, plusieurs significations, ce qui rend délicate une définition univoque.

En physique-chimie et en SVT, on appelle mesure une **procédure expérimentale** qui conduit à attribuer un **ensemble** de valeurs numériques à une grandeur, accompagnée d'une **unité** appropriée.

Par exemple, la mesure de la longueur d'une feuille de papier A4 à l'aide d'une règle conduit à un ensemble de valeurs numériques, associées à l'unité cm ou mm.

Par exemple la mesure du nombre de stomates par unité de surface (cm^2).

Le **résultat** d'une mesure décrit cet ensemble de valeurs en le complétant par des explications sur la manière dont elles ont été obtenues

Importance de la quantification du doute

Qu'est-ce qu'une mesure ?

Connaitre l'incertitude, c'est augmenter sa certitude

«[...] Mais dès le 4ème rapport (AR4), fin 2007, sans aucune donnée nouvelle, le GIEC affirme que la réalité et l'ampleur du réchauffement climatique sont « sans équivoque ». L'effet de serre du CO2 serait la cause d'un réchauffement pouvant atteindre 6,4° en 2100 si rien n'était fait ; cela provoquerait aridité, désertification, catastrophes climatiques et montée des océans. Des prédictions avec un écart allant de 0,2° à 6,4° ! Une marge d'incertitude invalidant leurs conclusions.»

Source : Article de blog Mediapart «Le réchauffement climatique anthropique : un mensonge qui arrange !», 10 janvier 2016, <https://bit.ly/3pKvHNM>(version archivée au 4 décembre 2020).

“ Although this may seem a paradox, all exact science is dominated by the idea of approximation. **When a man tells you that he knows the exact truth about anything, you are safe in inferring that he is an inexact man.** Every careful measurement in science is always given with the probable error, which is a technical term, conveying a precise meaning. It means that amount of error which is just as likely to be greater than the actual error as to be less. It is characteristic of those matters in which something is known with exceptional accuracy that, in them, **every observer admits that he is likely to be wrong, and knows about how much wrong he is likely to be.**»

Bertrand Russell, *The Scientific Outlook* (George Allen and Unwin Ltd, London, 1931)

Variabilité d'une mesure

La mesure d'une tension à l'aide d'un voltmètre donne une valeur unique, une indication. Mais si on prend d'autres voltmètres de la même marque, on obtient d'autres indications. La variabilité de la mesure existe, mais elle est ici masquée si l'on n'envisage qu'un instrument unique.



Variabilité d'une mesure

On mesure la largeur d'une feuille A4 à l'aide d'un double-décimètre gradué tous les millimètres, et on observe 21,0 cm. Où se cache la variabilité de la mesure ? Pour y répondre, vous pouvez essayer de répondre successivement aux interrogations suivantes :

- la feuille fait-elle exactement 21,000000000 cm de largeur ?
- d'autres largeurs de feuilles vous auraient-elles conduit à faire la même observation ? Lesquelles ?

Un instrument gradué comme une règle est susceptible de masquer la variabilité associée à la mesure. Ce qu'il faut comprendre c'est qu'il y a tout un ensemble de longueurs qui aurait pu conduire à une lecture de 21,0 cm. En général on fait l'hypothèse que toute longueur comprise entre 20,95 cm et 21,05 cm aurait conduit à une lecture de 21,0 cm.

Variabilité d'une mesure – Causes d'incertitudes

- Méthode, protocoles, opérateur → sources d'incertitudes
 - Certaines sur lesquelles on peut agir (opérateur, instrument, protocole, ...)
 - D'autres qui sont là même avec un protocole parfait

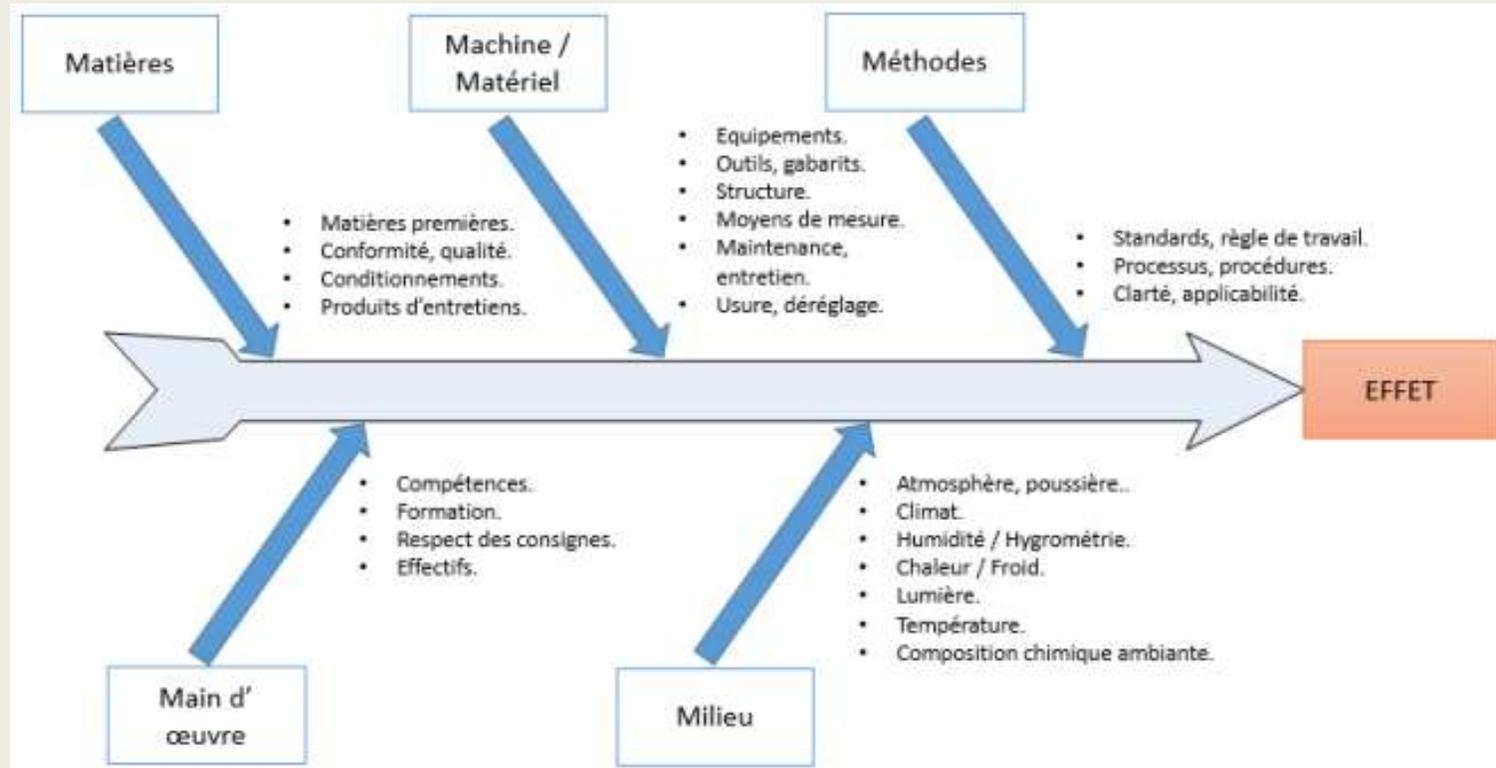


Diagramme d'Ishikawa
= diagramme "causes - effets"
= diagramme des 5 M

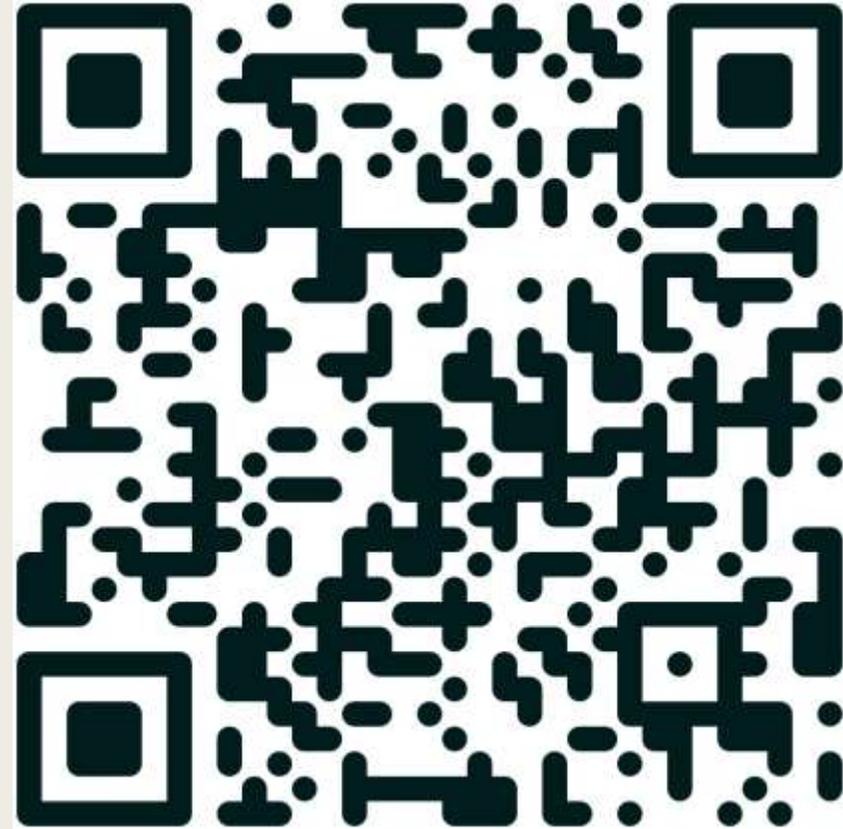
- Importance d'essayer de quantifier ces incertitudes
- Traitements mathématiques statistiques possibles car aspect aléatoire

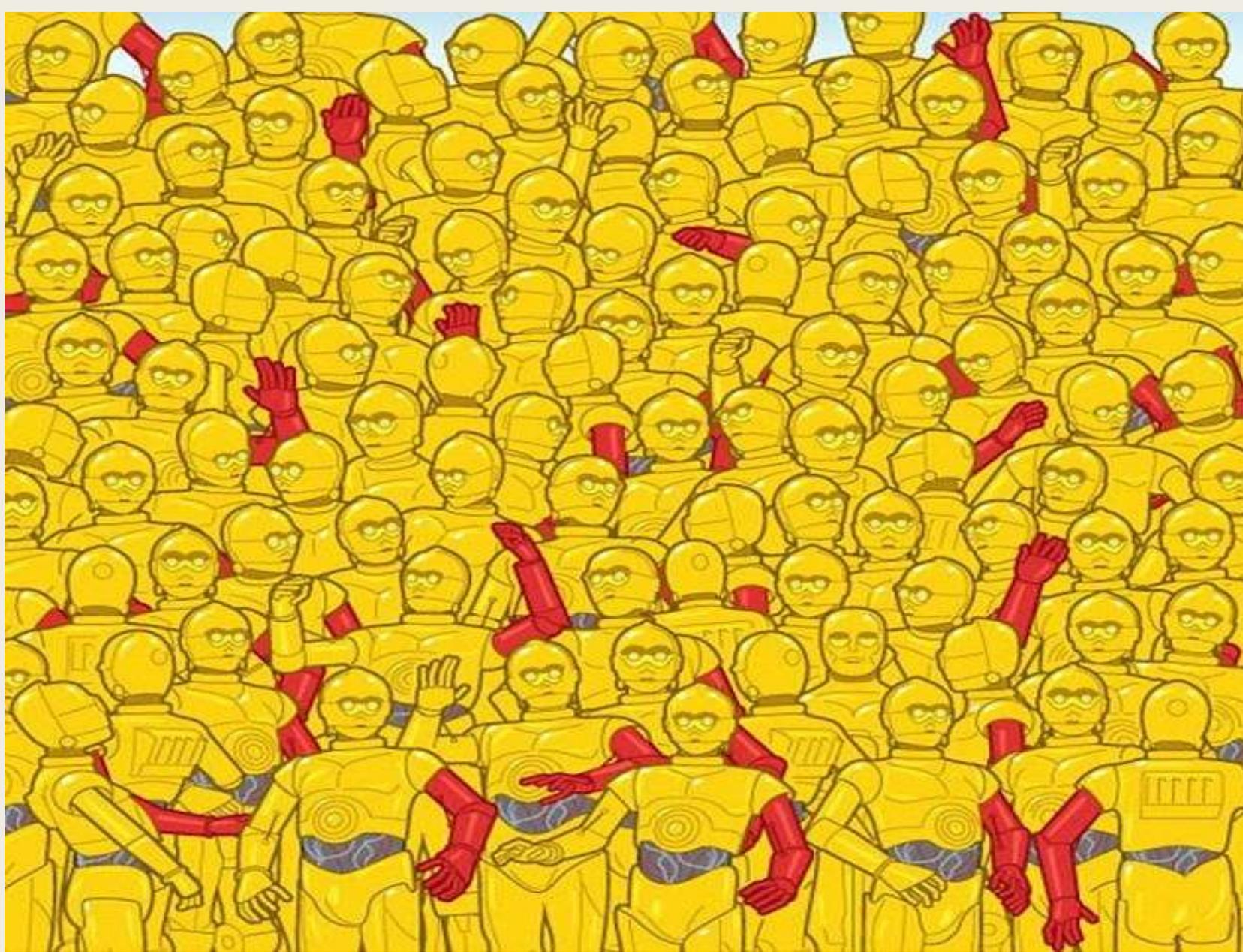
Sensibilisation - *Un exemple interactif*

=> Compter le nombre de bras rouges visibles dans l'image suivante en 20 secondes.

=> Saisir vos mesures ici :

<https://forms.gle/nMmYuCJooEUTyZo27>





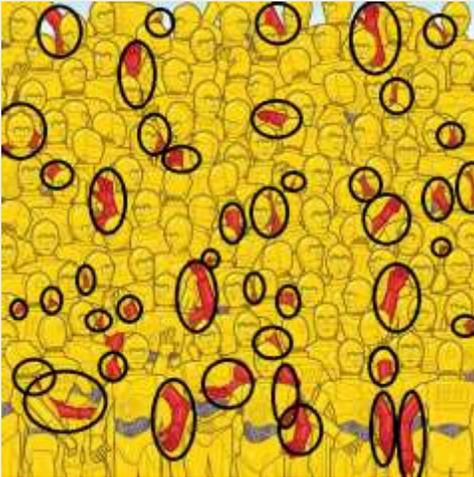
Résultats

> traitement statistique



Un exemple interactif

Valeur de référence 44 bras ; Résultats bruts de vos mesures :



Moyenne	36,00
Ecart-Type	5,62
Incertitude-Type sur la moyenne	0,98

Pour une **mesure unique** du tableau (exemple 40 bras) : l'incertitude- type est de 5,6 bras.

Pour la **valeur moyenne**, meilleur estimateur de la mesure collective, la valeur de la mesure est de 36,00 avec une incertitude-type de 0,98 bras.

Quelques aspects mathématiques

■ Différence entre population et échantillon :

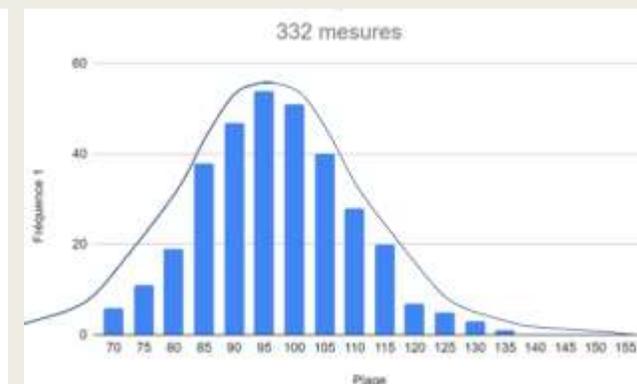
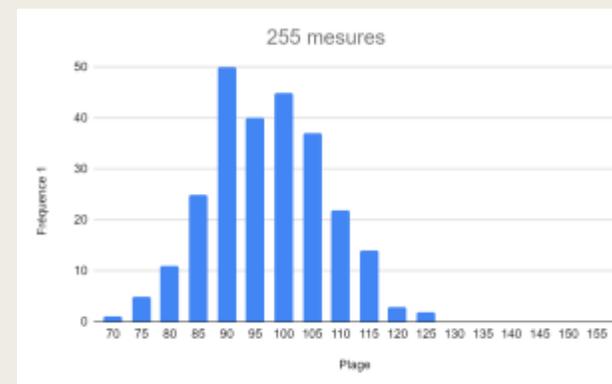
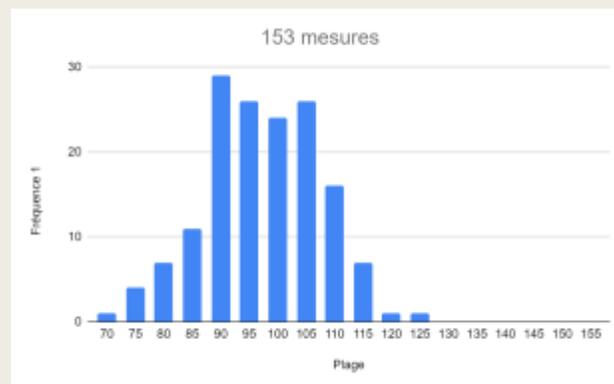
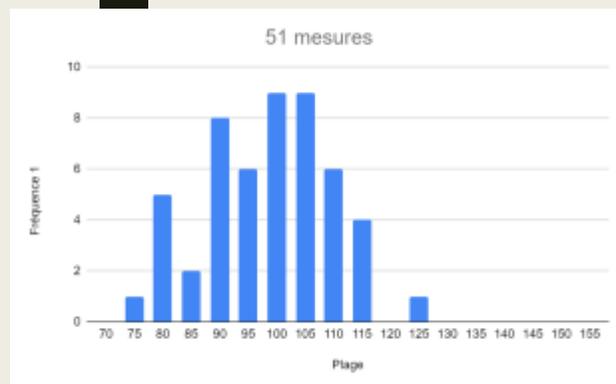
- *Population* : lorsque la mesure s'applique à l'ensemble des objets à étudier (Oiseaux, Cas covid)
- *Échantillon* : lorsque la mesure s'applique à un sous-ensemble des objets à étudier
 - Échantillonnage : science particulière et complexe (institut de sondage, analyse)

En PC, SVT ou sciences économiques nous travaillons sur des échantillons. Finalement, seules les mathématiques cherchent à travailler sur une population (finie ou infinie).

■ Qu'obtient-t-on lors de séries de mesures sur des échantillons ?

Ci-dessous, des distributions de valeurs expérimentales, en prenant de plus en plus de mesures

→ *distribution de plus en plus proche d'une loi normale (courbe de Gauss ou gaussienne) si la variabilité est aléatoire*



■ Comment décrire ces observations, ces données, sans graphique ?

■ *Moyenne arithmétique*

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

■ *Écart-type expérimental = écart-type de l'échantillon (lié à la variance) - Dispersion*

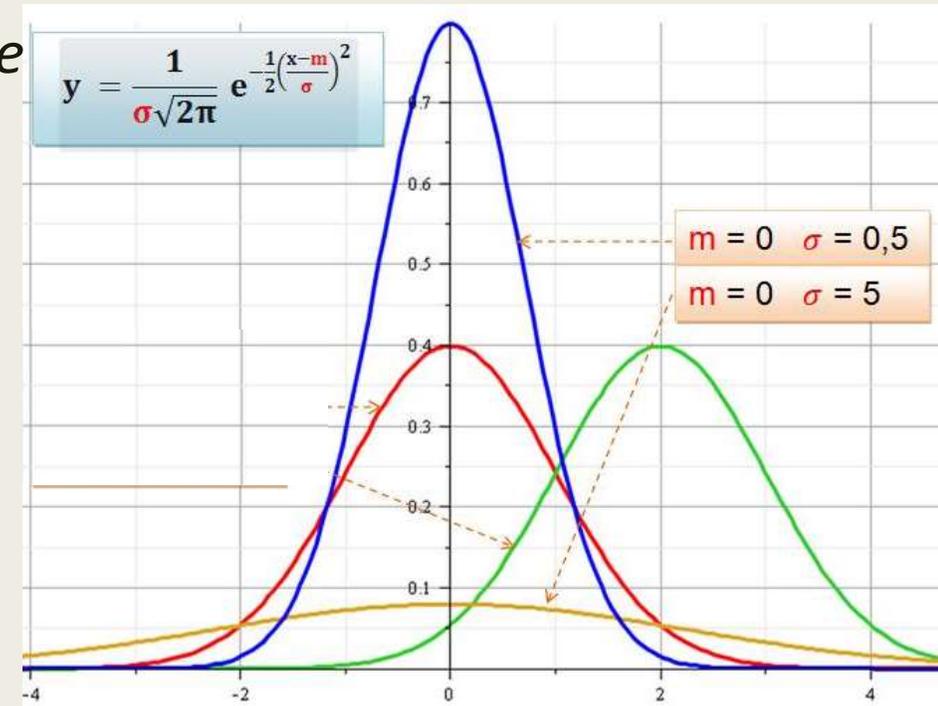
$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}}$$

■ Choix de la moyenne. On aurait pu prendre...

- ...la valeur la plus fréquente
- ...la médiane
- ...le milieu des valeurs, etc.

■ Choix de l'écart-type expérimental. On aurait pu prendre...

- ...l'étendue ($x_{max} - x_{min}$)
- ...les positions des premiers et troisième quartile
- ...la moyenne des écarts

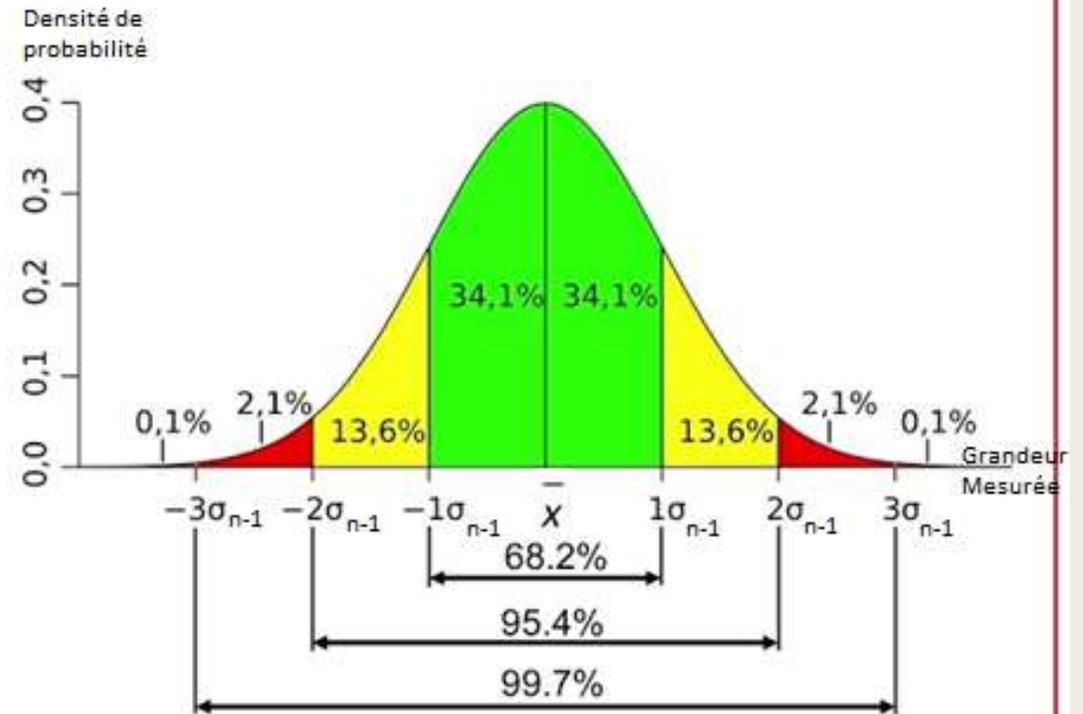


Intérêt de l'écart-type

- L'écart-type, noté σ_{n-1} , est un critère de dispersion d'une série statistique
- Plus l'écart-type est faible, plus les valeurs sont regroupées autour de la moyenne

Pour des répartitions en courbe de Gauss :

- Les valeurs sont réparties de façon à peu près symétrique autour de la moyenne
- 68 % des valeurs appartiennent à l'intervalle $[\bar{x} - \sigma_{n-1}; \bar{x} + \sigma_{n-1}]$
- 95 % des valeurs appartiennent à l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma_{n-1}; \bar{x} + 2\sigma_{n-1}]$



Incertitude type

valeur moyenne/valeur unique

En métrologie, une incertitude de mesure (dite incertitude-type) liée à un mesurage « caractérise la dispersion des valeurs attribuées à un mesurande, à partir des informations utilisées »
(d'après le Bureau international des poids et mesures).

L'incertitude-type associée à une observation unique exprime la variabilité potentielle d'une observation.

Si on dispose de plusieurs observations, cette variabilité n'est autre que leur dispersion.
Pour l'évaluer, on utilise l'écart-type de l'ensemble des observations réalisées:

$$u(x) = \sigma_{n-1}$$

L'incertitude-type associée à une moyenne issue de n observations a pour expression :

$$u(\bar{x}) = \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

Programme PC

Deux situations distinctes : type A et type B

On dispose d'une série de N mesures identiques

TYPE A

Traitement statistique

→ *Vu en seconde*

On dispose d'une mesure unique ET d'informations sur le matériel utilisé

TYPE B

Traitement probabiliste, incertitudes composées

→ *Vu en SPÉ 1° et Terminale*

Pourcentage massique affiché sur l'étiquette :

$P_{ref} = 8\%$ (en masse, d'acide éthanoïque)

→ Titrage de $V = 10,0\text{ mL}$ de vinaigre dilué 10 fois, par de la soude à $C_B = 0,100\text{ mol.L}^{-1}$

→ $V_{eq} = 13,88\text{ mL}$ entraîne : $P_{exp} = \frac{C_B V_{B,E}}{V} \times \frac{V_{fiole}}{V_{pipette}} \times \frac{M}{\rho} = \ll 7,9314 \dots \% \gg$

titrage dilution



Comparaison avec une valeur de référence



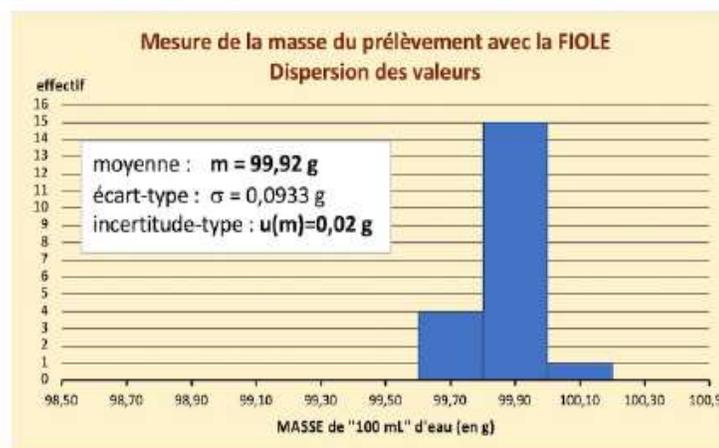
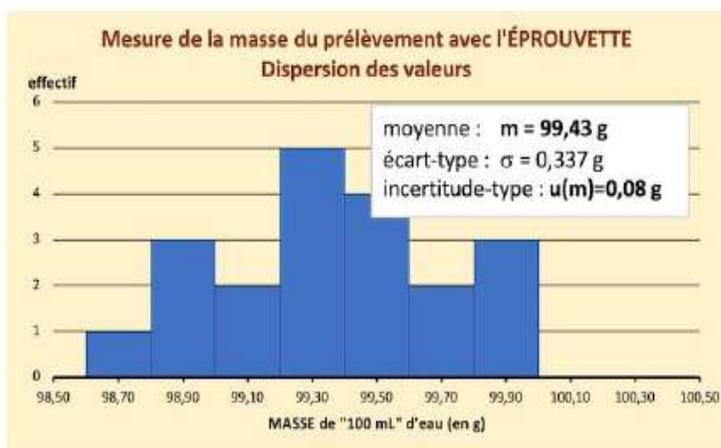
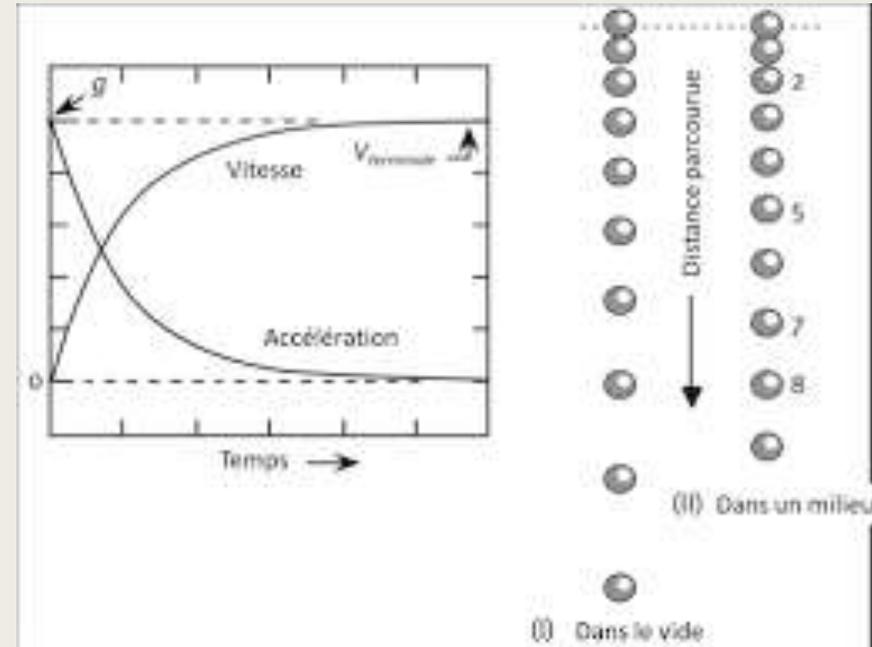
$U_{ref} = 4,5 \text{ V}$



$P_{ref} = 8 \%$

Une valeur de référence peut être :

- une donnée constructeur
- une valeur tabulée
- une valeur issue d'un modèle

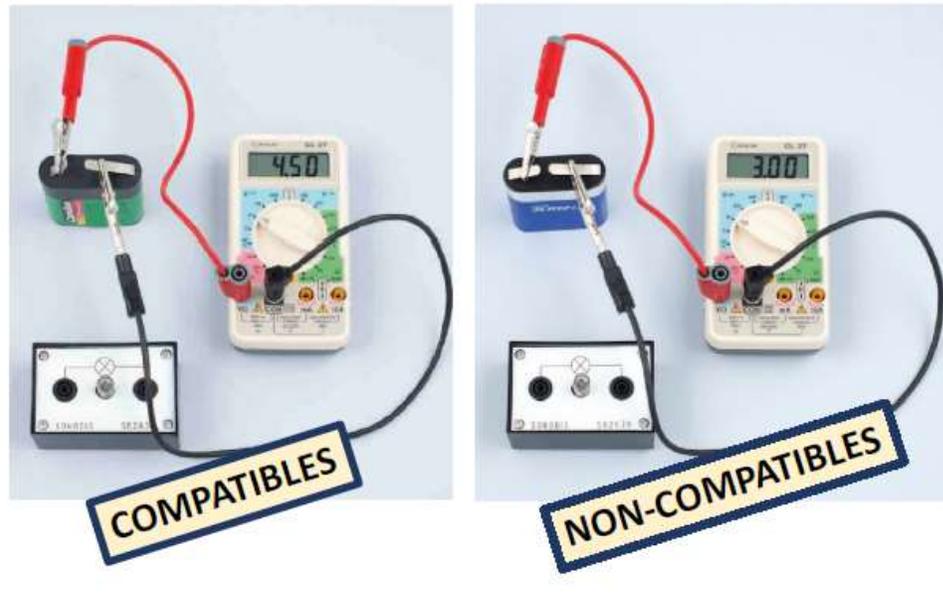


Pesées de « 100 mL d'eau » prélevés avec un bécher, une éprouvette graduée, une fiole jaugée

Comparaison avec une valeur de référence

Notions et contenus	Capacités exigibles
Variabilité de la mesure d'une grandeur physique.	Exploiter une série de mesures indépendantes d'une grandeur physique : histogramme, moyenne et écart-type. Discuter de l'influence de l'instrument de mesure et du protocole. Évaluer qualitativement la dispersion d'une série de mesures indépendantes. Capacité numérique : Représenter l'histogramme associé à une série de mesures à l'aide d'un tableur.
Incertitude-type.	Expliquer qualitativement la signification d'une incertitude-type et l'évaluer par une approche statistique.
Écriture du résultat. Valeur de référence.	Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure. Comparer qualitativement un résultat à une valeur de référence.

2nde



Notions et contenus	Capacités exigibles
Variabilité de la mesure d'une grandeur physique.	Exploiter une série de mesures indépendantes d'une grandeur physique : histogramme, moyenne et écart-type. Discuter de l'influence de l'instrument de mesure et du protocole. Évaluer qualitativement la dispersion d'une série de mesures indépendantes. Capacité numérique : Représenter l'histogramme associé à une série de mesures à l'aide d'un tableur ou d'un langage de programmation.
Incertitude-type.	Définir qualitativement une incertitude-type. Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A). Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une autre approche que statistique (évaluation de type B).
Incertitudes-types composées.	Évaluer, à l'aide d'une formule fournie, l'incertitude-type d'une grandeur s'exprimant en fonction d'autres grandeurs dont les incertitudes-types associées sont connues. Capacité numérique : Simuler, à l'aide d'un langage de programmation, un processus aléatoire illustrant la détermination de la valeur d'une grandeur avec incertitudes-types composées.
Écriture du résultat. Valeur de référence.	Écrire, avec un nombre adapté de chiffres significatifs, le résultat d'une mesure. Comparer, le cas échéant, le résultat d'une mesure m_{mes} à une valeur de référence m_{ref} en utilisant le quotient $\frac{ m_{mes} - m_{ref} }{u(m)}$ où $u(m)$ est l'incertitude-type associée au résultat.

Tal

Exemple en Physique-Chimie

Une activité autour de la masse volumique



Activité : La bague en Argent

Jules a acheté une bague en argent sur le marché, mais arrivé chez lui, il a de gros doutes ; il la trouve très légère. Il mène son enquête et réussit à se procurer des échantillons du métal qui a permis de fabriquer sa bague.

Aidez-le à déterminer si sa bague est bien en argent et, si non, à trouver de quel métal elle est constituée.

Mesure de la masse
 m du cylindre



Mesure de son volume V
par déplacement du liquide



$$\rho = \frac{m}{V}$$

Exemple en Physique-Chimie

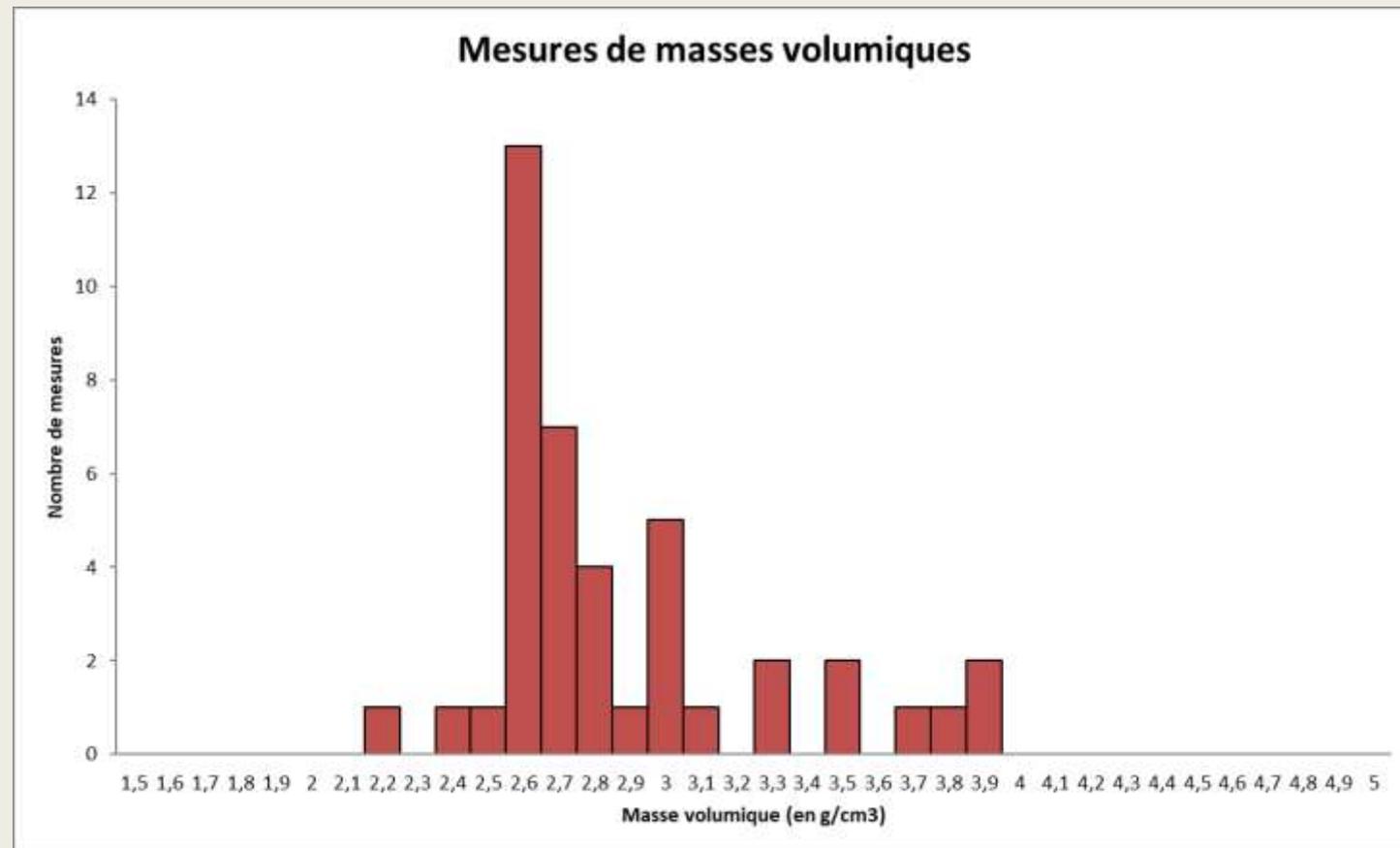
Une activité autour de la masse volumique

Les résultats obtenus, pour une classe :

Nombre de mesures	42
Moyenne (g/cm ³)	2,8786
Ecart-type (g/cm ³)	0,4117
Incertitude-type (g/cm ³)	0,0635

Discussion qualitative, répartition des mesures, éventuellement repérer des valeurs aberrantes, les interpréter si possible.

Que faire conclure aux élèves ?



Exemple en Physique-Chimie

Une activité autour de la masse volumique

Un élève qui utilise sa mesure seul

Ex. : masse volumique de $2,6 \text{ g/cm}^3$ avec un écart-type de $0,4 \text{ g/cm}^3$

On peut éliminer le fait que la bague soit en argent, cela semble trop éloigné
=> **conclusion raisonnable**

Sur la nature réelle, difficile de conclure entre aluminium et duralumin

En utilisant les résultats de la classe

La masse volumique a pour valeur $2,88 \text{ g/cm}^3$ associée à une incertitude-type de $0,06 \text{ g/cm}^3$.

Conclusion : l'augmentation du nombre de mesures fait baisser l'incertitude sur le résultat. Pas de critère quantitatif, en seconde, pour conclure.

Discussion à engager : comment améliorer le protocole pour diminuer encore cette incertitude pour conclure plus facilement ?

Métaux et alliages	masse volumique g/cm^3
aluminium	2,700
béryllium	1,848
duralumin	2,900
fer	7,860
magnésium	1,750
mercure	13,545
nickel	8,900
or	19,300
palladium	12,000
platine	21,450
plomb	11,350
potassium	0,850
titane	4,500
tungstène	19,300
vanadium	6,100
argent	10,490

Exemple en Physique-Chimie

Une activité autour de la masse volumique

En utilisant les résultats de la classe

Masse volumique $\rho = 2,88 \text{ g/cm}^3$ avec une incertitude-type de $0,06 \text{ g/cm}^3$:

En terminale : comparaison à une référence, avec le calcul d'un Z-score

Par rapport à l'aluminium : $Z = (2,88 - 2,70)/0,06 = 3$

Par rapport au Duralumin : $Z = (2,90 - 2,88)/0,06 = 0,3$

Conclusion : 3 écarts-type de différence avec l'aluminium : semble peu probable.

Par contre, semble compatible avec le duralumin.

En utilisant les résultats de trois classes

Masse volumique $\rho = 2,98 \text{ g/cm}^3$ avec une incertitude-type de $0,05 \text{ g/cm}^3$:

Par rapport à l'aluminium : $Z = (2,98 - 2,70)/0,05 = 5,6$

Par rapport au duralumin : $Z = (2,90 - 2,98)/0,05 = 1,6$

Les nouveaux calculs de Z-score permettent d'exclure d'autant mieux l'aluminium.

Métaux et alliages	masse volumique g/cm^3
aluminium	2,700
béryllium	1,848
duralumin	2,900
fer	7,860
magnésium	1,750
mercure	13,545
nickel	8,900
or	19,300
palladium	12,000
platine	21,450
plomb	11,350
potassium	0,850
titane	4,500
tungstène	19,300
vanadium	6,100
argent	10,490

Exemple en Physique-Chimie

Une activité autour de la masse volumique

Pour aller plus loin

Les valeurs obtenues par la classe : masse volumique $\rho = 2,879 \text{ g/cm}^3$ avec une incertitude-type de $0,064 \text{ g/cm}^3$ permettent de conclure (en prenant 2 écarts-type) que la valeur de la masse volumique étudiée est comprise entre : $2,751$ et $3,007 \text{ g/cm}^3$.

On garde 3 CS, en prenant deux CS pour l'incertitude-type

Pour les deux références fournies, au mg/cm^3 près, on peut calculer l'incertitude-type associée, ce qui donne :

Pour l'aluminium : ρ compris entre $2,699$ et $2,701$

Pour le duralumin : ρ compris entre $2,899$ et $2,901$

Conclusion : l'aluminium est bien exclu et il est raisonnable de penser que le duralumin soit compatible

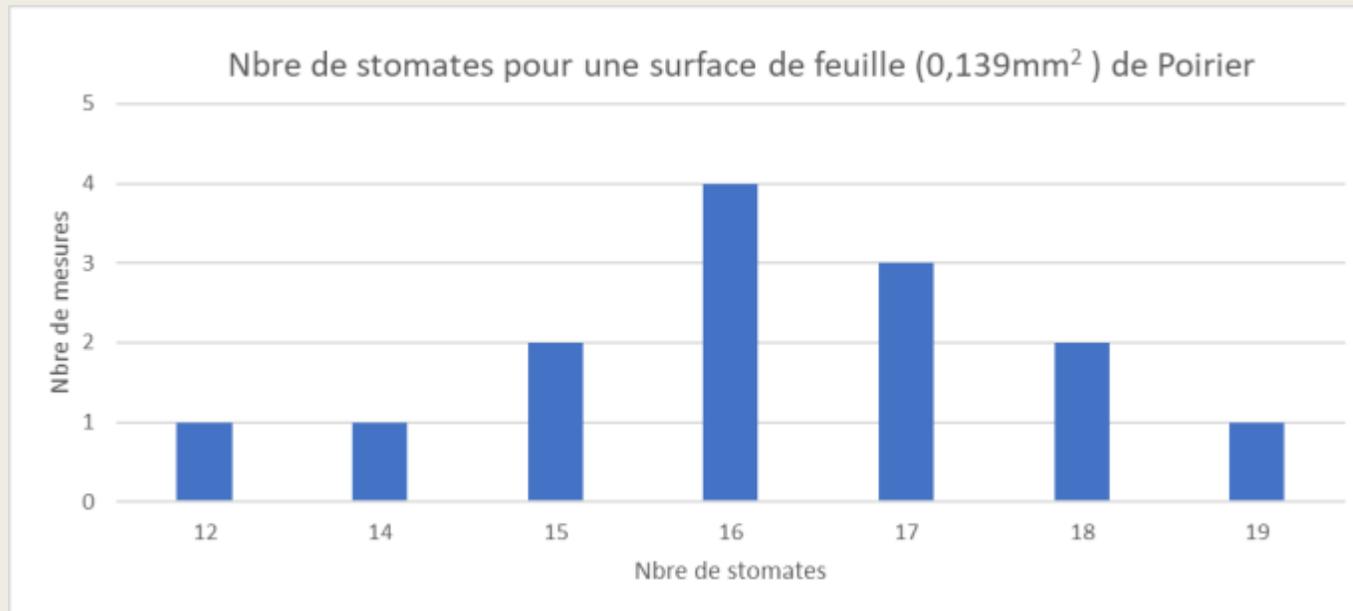


Exemple en SVT

Nombre de stomates

- Estimation du nombre de stomates sur une feuille de Poirier (banque de 14 mesures)

Nbre de stomates	12	14	15	16	17	18	19
Nbre de mesures	1	1	2	4	3	2	1



Moyenne	16,14
Ecart-type σ_{n-1}	1,79

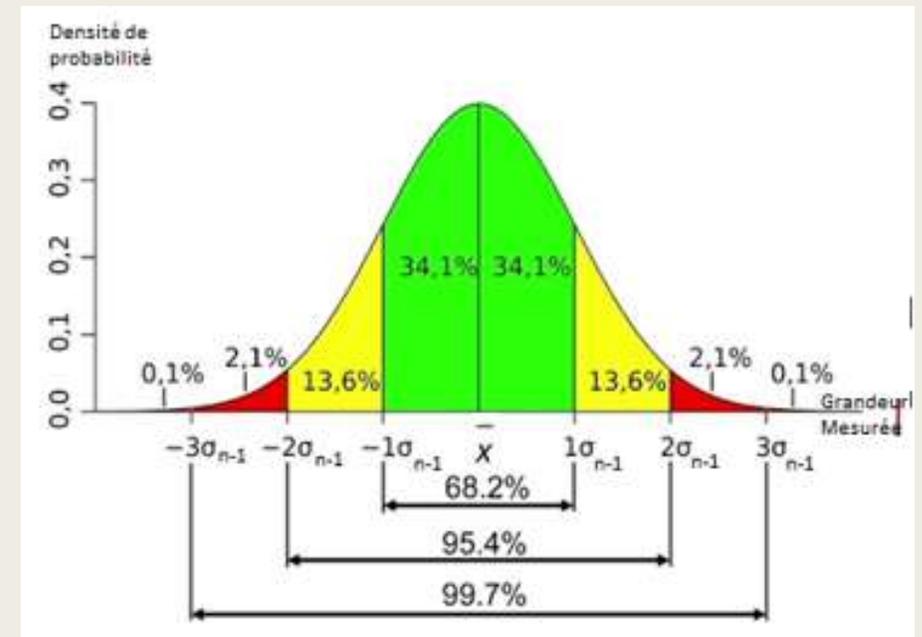
Si un candidat obtient suite à un comptage unique réalisé lors de l'épreuve un résultat de 20 stomates, son résultat est-il compatible avec la banque ?

Compatibilité d'une mesure candidat

Si un candidat obtient suite à un comptage unique réalisé lors de l'épreuve un résultat de 25 stomates, son résultat est-il compatible ou non avec la banque de mesures ?

Moyenne	16,14
Ecart-type σ_{n-1}	1,79
[Moyenne - σ_{n-1} ; Moyenne + σ_{n-1}]	[14,35 ; 17,93]
[Moyenne - $2 \times \sigma_{n-1}$; Moyenne + $2 \times \sigma_{n-1}$]	[12,56 ; 19,72]

Si son résultat semble peu compatible et il pourra en rechercher les causes éventuelles.



Exemple en SVT

Fréquence cardiaque d'un individu stressé

	FC zen	FC stress
Mesure 1	57,4	64
Mesure 2	56,2	63,7
Mesure 3	59,4	63,3
Mesure 4	58,2	62,9
Mesure 5	57,7	64,2
Mesure 6	57,4	63,9
Mesure 7	56,2	64,1
Mesure 8	59,4	64,5
Mesure 9	58,2	63,7
Mesure 10	57,7	63,3
Mesure 11	57,4	62,9
Mesure 12	56,2	64,2
Mesure 13	59,4	63,9
Mesure 14	58,2	64,1
Mesure 15	57,7	64,2
Mesure 16	57,4	63,7
Mesure 17	56,2	63,3
Mesure 18	59,4	62,9
Mesure 19	58,2	64,2
Mesure 20	57,7	63,9
Moyenne	57,78	63,75

- Mesure de la FC (Fréquence Cardiaque) d'un individu en situation de stress

Les différences mesurées entre un individu en situation de stress ou pas sont-elles significatives ?

Exemple en SVT

Fréquence cardiaque d'un individu stressé

	FC zen	FC stress
Moyenne	57,78	63,745
Ecart-type	1,07	0,49

Nécessité de calculer l'incertitude-type

$$u(\bar{x}) = \frac{S_x}{\sqrt{N}}$$

*S_x est l'écart type et
N le nombre de mesures réalisées*

Moyenne	57,78	63,75
Ecart-type	1,07	0,49
Incetitude-type	0,24	0,11

Exemple en SVT

Fréquence cardiaque d'un individu stressé

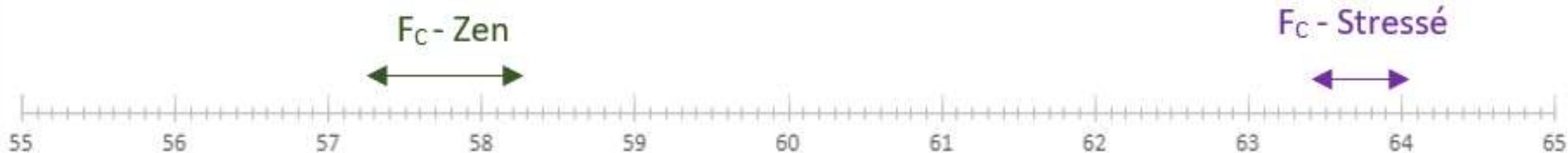
Moyenne	57,78	63,75
Ecart-type	1,07	0,49
Incertitude-type	0,24	0,11

Intervalles	58,26	63,97
	57,30	63,53

Nécessité de calculer l'incertitude-type

$$u(\bar{x}) = \frac{S_x}{\sqrt{N}}$$

*S_x est l'écart type et
N le nombre de mesures réalisées*



Poursuite de stratégie : des outils statistiques pour permettre l'analyse critique des résultats

Le calcul de l'incertitude-type ?

Cas d'une mesure unique à comparer avec une banque de référence

« Ce cas est par exemple celui d'une épreuve d'ECE où le candidat a réalisé une mesure unique lors de son épreuve et éprouver la fiabilité de sa mesure en utilisant une banque de mesures de référence (*idéalement, au moins 20 mesures*) qui lui est donnée. La banque de données de référence lui permet de calculer la moyenne et l'écart type. **L'incertitude type est égale à l'écart type** dans ce cas de mesure unique, et la compatibilité entre une valeur de référence et la valeur mesurée est de l'ordre de deux incertitudes-types ».

$$\sigma_{n-1} = S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

ON POURRA VALIDER DES RÉSULTATS DE MESURE COMPRIS ENTRE "LA MOYENNE MOINS DEUX FOIS L'ÉCART TYPE ET LA MOYENNE PLUS DEUX FOIS L'ÉCART TYPE".

Vademecum ECE 2023

Cas d'une mesure collective

« Ce cas est par exemple celui d'une situation de classe où une mesure coopérative est réalisée par plusieurs binômes du groupe de travaux pratiques. Les résultats sont alors collectés dans un tableur au cours de la séance. (...) La moyenne et l'écart type peuvent être calculés (...). Par contre, l'incertitude notée : $u(\bar{x})$, associée à une moyenne issue de N observations est donnée par la formule suivante :

$$u(\bar{x}) = \frac{S_x}{\sqrt{N}}$$

S_x est l'écart type et
 N le nombre de mesures réalisées

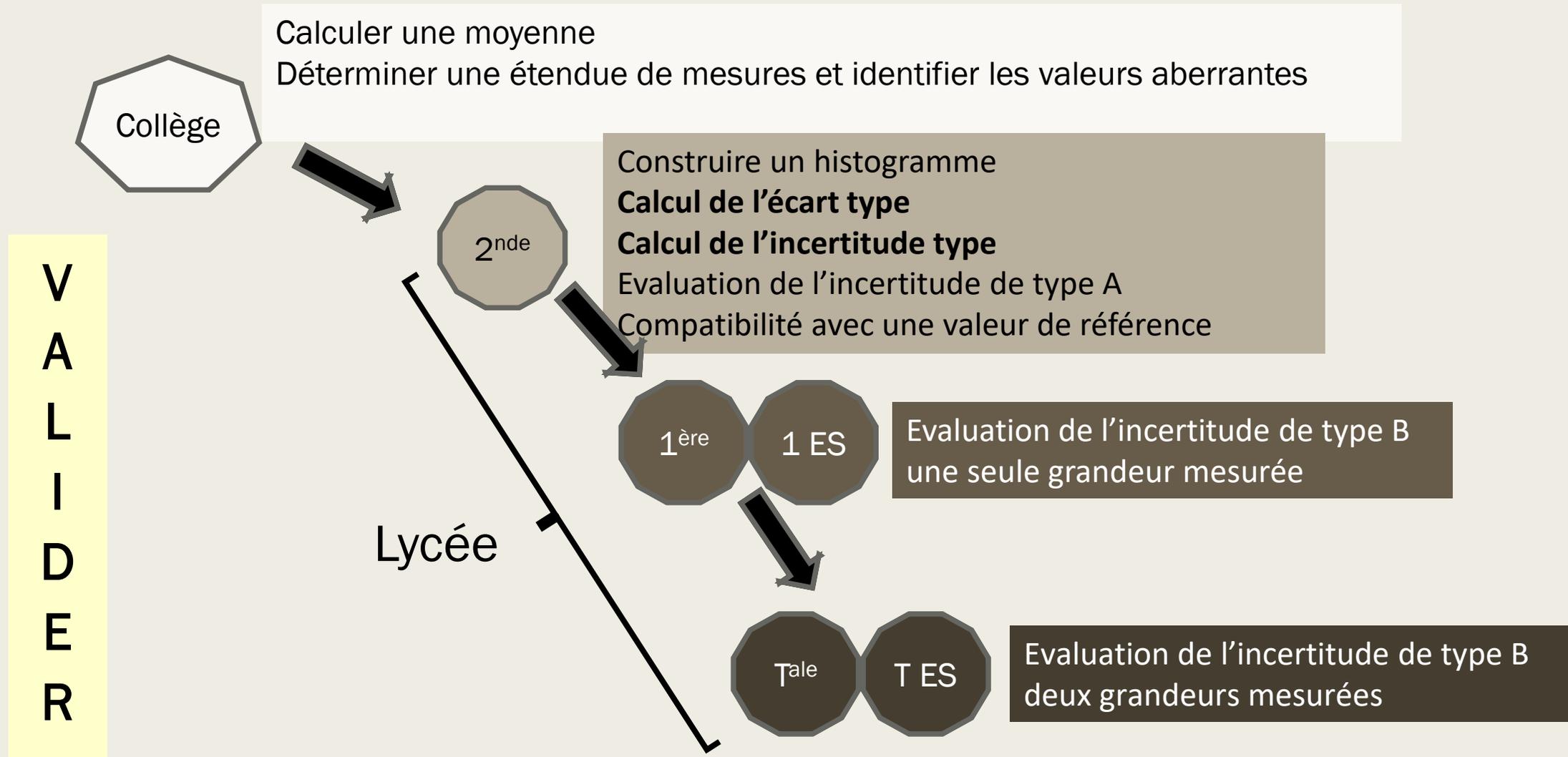
On admettra que la valeur moyenne est compatible si elle ne s'écarte pas de plus de deux incertitudes-types ».

ON POURRA VALIDER DES RÉSULTATS DE MESURE COMPRIS ENTRE "LA MOYENNE MOINS DEUX FOIS L'INCERTITUDE-TYPE ET LA MOYENNE PLUS DEUX FOIS L'INCERTITUDE-TYPE".

Philosophie Générale - revenir au sens



Variabilité de la mesure et progressivité des apprentissages



Courte sitographie

Document de cadrage en physique chimie IGESR

<https://eduscol.education.fr/document/7067/download>

Les ressources du GRIESP 2018-2019

<https://eduscol.education.fr/225/recherche-et-innovation-en-physique-chimie>

Lien vers le Gum et le VIM

<https://www.bipm.org/fr/publications/guides/vim.html>

**Nous espérons que vous repartez
avec plus de certitudes que
d'incertitudes...**

Merci de votre écoute!